

Nom : POUPA

Prénom



POUPA Adrien  
L3PRIME - 2015

Groupe TD : C

EFREI 2015/2016 - L3 / L'3 - Théorie des Graphes - Devoir Surveillé Ecrit

Documents, ordinateurs, smartphones, calculatrices, ... INTERDITS

Q1 à Q6 : si vous le souhaitez, vos réponses peuvent utiliser des exemples avec les explications appropriées.

~~#~~ Q1. Justifiez pourquoi un circuit dont la valeur est négative rend impossible le calcul d'un chemin de valeur la plus faible.

Dans un circuit à valeur négative (circuit absorbant), chaque fois qu'on emprunte ce circuit, la valeur du chemin diminue (dans le cadre d'une recherche de chemin ayant la valeur la plus faible).

De fait, la valeur d'un tel chemin tend vers  $-\infty$ , ce qui est impossible dans la réalité.

~~#~~ Q2. Par quel mécanisme l'algorithme de Bellman détecte-t-il la présence de circuit absorbant ?

Lorsqu'on déroule l'algorithme de Bellman sur un graphe à  $n$  sommets, si la ligne  $k = n$  est différente de la ligne  $k = n-1$ , on fait face à un graphe contenant au moins un circuit absorbant.



Nom : Poupa

Prénom : Adrien

Groupe TD : C

Q3. Pourquoi l'algorithme de Dijkstra n'a-t-il aucun mécanisme pour détecter la présence de circuit absorbant ?

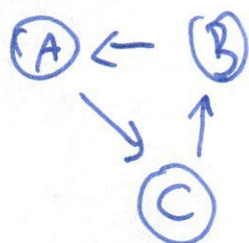
Il est inutile de vérifier la présence de circuit absorbant avec l'algorithme de Dijkstra étant donné que ce dernier ne peut s'appliquer que sur des graphes ayant des arêtes de poids positif ou nul.

Or un circuit absorbant, ayant un poids négatif, contient nécessairement au moins une arête de poids négatif.

Q4. Pourquoi la présence de circuit empêche-t-elle le calcul de rangs associés aux sommets ?

Une méthode pour calculer le rang de chaque sommet consiste à enlever chaque entrée et répéter l'opération jusqu'à ce que le graphe soit vide. On attribue le rang en fonction des rangs attribués précédemment et des arêtes reçues par chaque sommet.

Quand on fait face à un circuit, il n'y a plus d'entrée : on ne peut plus appliquer cet algorithme et le calcul de rang est impossible.



Il n'y a pas de sommet sans prédécesseur, c'est-à-dire d'entrée : calcul de rang impossible.





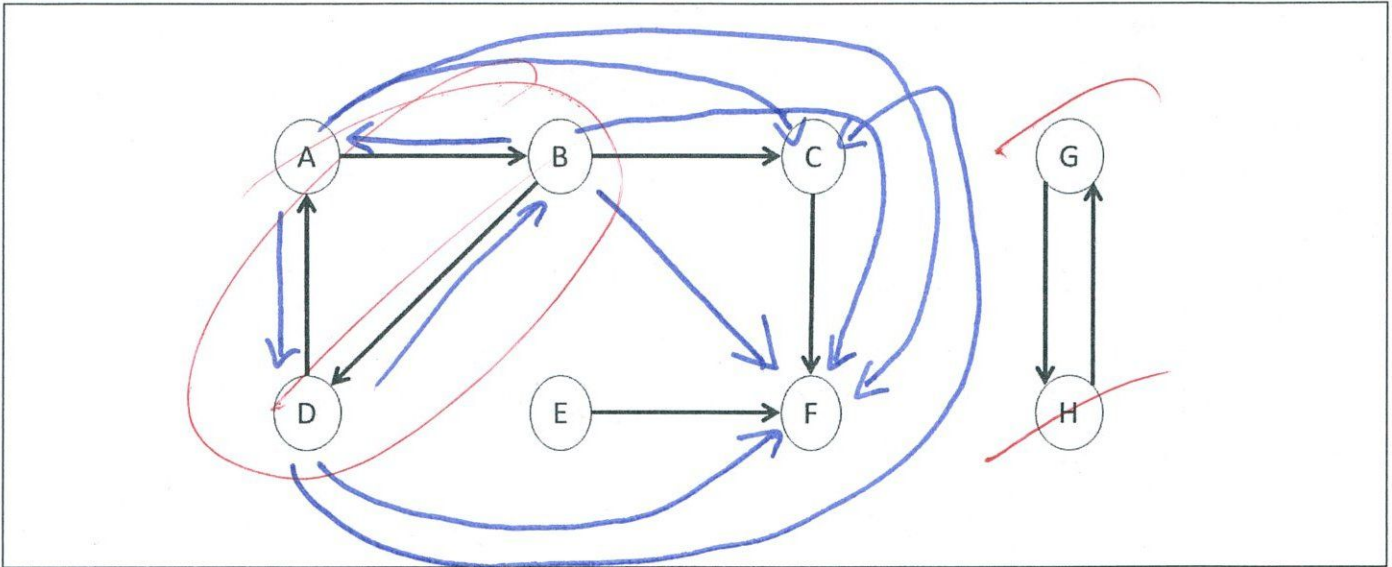


Nom : *Paula*

Prénom : *Adrien*

Groupe TD : *C*

Q5. Ajouter les arcs nécessaires au graphe ci-dessous pour représenter le graphe de sa fermeture transitive.



Q6. Soit un graphe  $G$ , et  $MAFT$  la matrice d'adjacence de sa fermeture transitive. Supposons qu'il existe un sommet ' $x$ ' tel que  $MAFT[x,x]=\text{'vrai'}$  (ou  $MAFT[x,x]=1$ ). A quoi cela correspond-il dans  $G$  ?

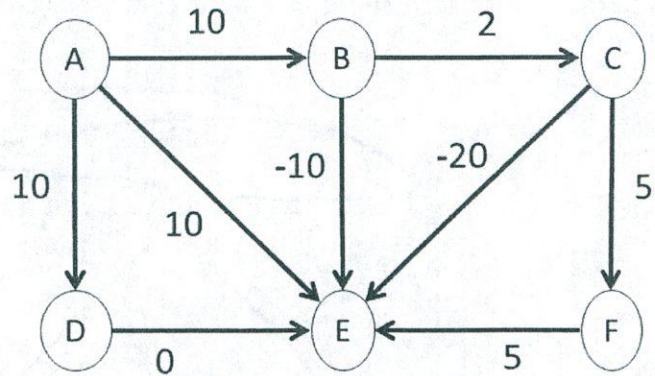
Cela veut dire que dans  $G$ , il existe un chemin permettant de partir du sommet  $x$  pour revenir vers ce même sommet.

Nom : POUPA

Prénom : Adrien

Groupe TD : C

Q7. En utilisant l'algorithme de votre choix parmi ceux abordés en cours et TD, calculez dans le graphe ci-contre les chemins de plus faible valeur partant du sommet A.



Votre réponse doit inclure :

- le nom de la méthode utilisée,
- les résultats calculés à chaque étape de la méthode,
- la raison pour laquelle la méthode s'arrête.

On utilise la méthode de Bellman puisque  $B \rightarrow E$  et  $C \rightarrow E$  ont un poids négatif.

CC	A	B	C	D	E	F
$K=0$	<u>0(A)</u>	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$
$K=1$	0(A)	<u>10(A)</u>	$\infty$	<u>10(A)</u>	<u>10(A)</u>	$\infty$
$K=2$	0(A)	10(A)	<u>12(B)</u>	10(A)	<u>0(B)</u>	$\infty$
$K=3$	0(A)	10(A)	12(B)	10(A)	<u>-8(C)</u>	<u>17(C)</u>
$K=4$	0(A)	10(A)	12(B)	10(A)	-8(C)	<u>17(C)</u>

On a  $\pi^4 = \pi^3$ , arrêt de l'algorithme de Bellman.



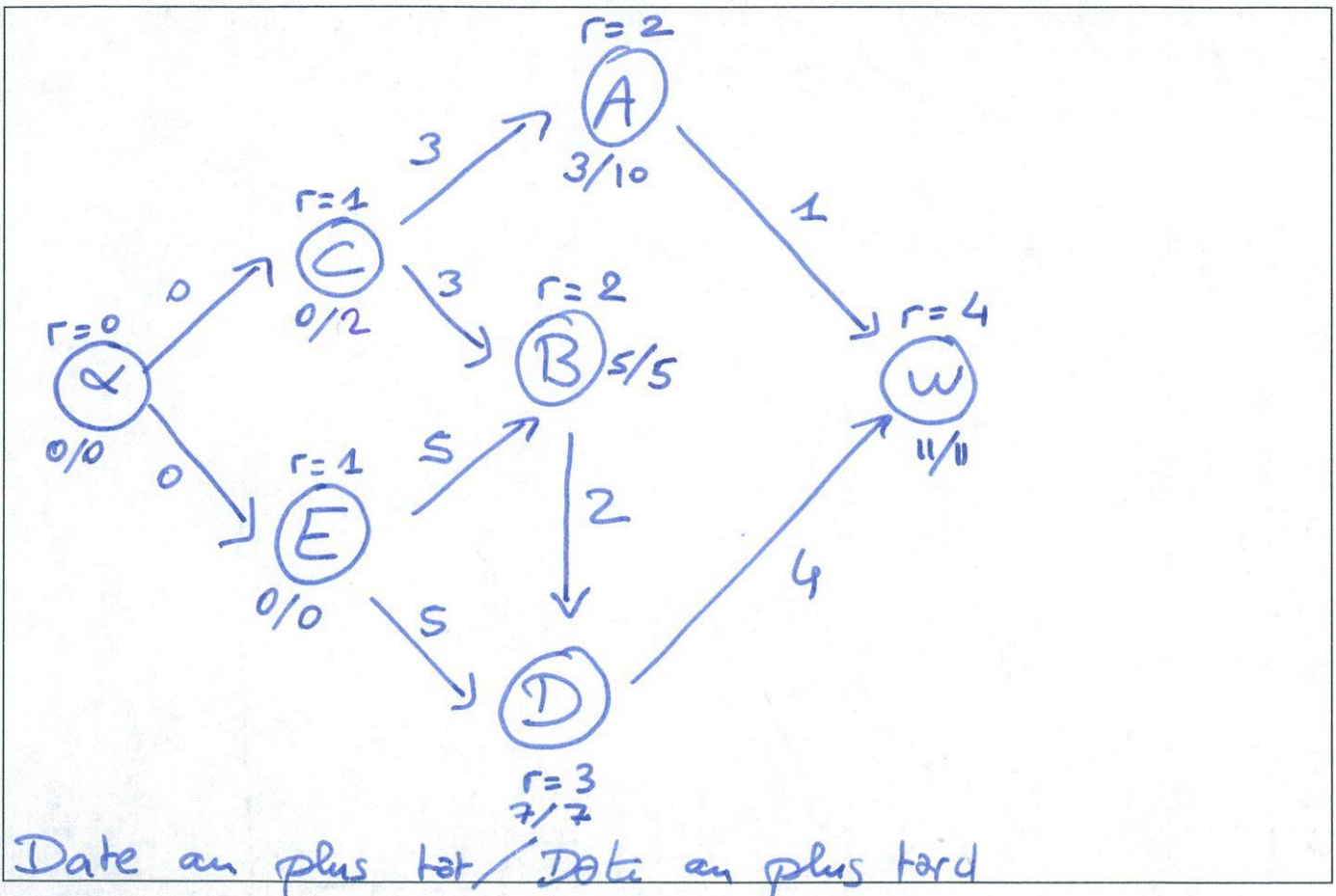
Nom : **Poupa**

Prénom : **Adrien**

Groupe TD : **C**

Q8. Tracez le graphe d'ordonnancement correspondant aux contraintes suivantes :

Tâche	Durée d'exécution	Autres tâches devant être terminées afin de pouvoir débiter celle identifiée en 1 <sup>ère</sup> colonne
A	1	C
B	2	C et E
C	3	Aucune
D	4	B et E
E	5	Aucune



Q9. Dans le graphe que vous avez tracé, reportez à côté de chaque sommet la valeur de son rang.  $r = \dots$

Q10. Dans le tableau ci-dessous, indiquez la date au plus tôt et la date au plus tard pour l'ensemble des tâches.

Tâche	$\alpha$	A	B	C	D	E	$\omega$
Date au plus tôt	0	3	5	0	7	0	11
Date au plus tard	0	10	5	2	7	0	11

Q11. Quelle est la durée minimale nécessaire pour la réalisation du projet ?

11

Nom : **POUPA**

Prénom : **Adrien**

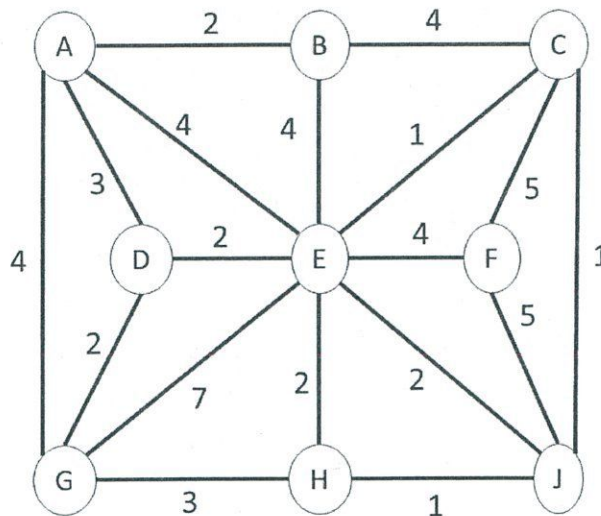
Groupe TD : **C**



**Q12.** Reportez dans le 2<sup>nd</sup> schéma (où seuls les sommets sont indiqués) un arbre couvrant de poids minimum pour le graphe ci-contre.

Vous devez utiliser la méthode de PRIM en partant du sommet E.

Vous reporterez à côté de votre schéma l'ordre dans lequel les arêtes sont ajoutées à l'arbre.



Ordre d'ajout des arêtes :

- EC
- CJ
- HJ
- DE
- GD
- AD
- AB
- EF

